1. Lo sviluppo della semantica modellistica: da Frege a Montague
1.1 L'eredità di Frege

La semantica modellistica, o semantica model teoretica, costituisce il paradigma dominante nello studio formale del significato nell'ambito della filosofia del linguaggio di tradizione analitica. Essa si basa sull'impiego di strumenti di tipo logico matematico, sviluppati nel corso del nostro secolo da studiosi quali Alfred Tarski, Rudolph Carnap, Saul Kripke e Richard Montague. Gli assunti di partenza su cui si fonda tale paradigma hanno origine in un certo numero di tesi dovute essenzialmente a Gottlob Frege. In questo paragrafo verranno esposte tali tesi (distinzione senso/riferimento, antipsicologismo, composizionalità del significato), esaminando come da esse abbia preso le mosse la tradizione logico-modellistica successiva. Lo scopo tuttavia non è quello di fornire una visione esaustiva del contributo di Frege allo sviluppo della semantica formale. Non si renderà quindi giustizia alla profondità e alla complessità dei temi fregeani. Ci limiteremo piuttosto ad esporre per sommi capi gli elementi che utilizzeremo nel seguito di questo lavoro. Su temi talmente complessi e stratificati ogni esposizione sintetica rischia di risultare schematica e arbitraria. D'altra parte, qui ci interessa non tanto ricostruire il pensiero fregeano o l'evoluzione della semantica formale a partire da esso, quanto piuttosto riassumere la versione canonica, accettata nella tradizione semantico formale, di certi concetti e di certi strumenti fondamentali. Per un'esposizione più dettagliata, si vedano ad esempio Casalegno (1992) o Penco (1993).

La teoria fregeana presuppone due livelli di entità semantiche: ad ogni espressione linguistica (nomi, predicati, enunciati, eccetera) sono associati un *senso* (*Sinn*) e un *riferimento* (*Bedeutung*)[1] (Frege 1892). In generale, il riferimento di un'espressione corrisponde all'entità extra linguistica cui l'espressione stessa si riferisce, a ciò che essa denota. Il senso di un'espressione è definito da Frege come il modo in cui il riferimento di tale espressione è dato; ovvero come la maniera in cui esso può essere pensato. In altri termini, i sensi per Frege sono entità concettuali che connettono i vari costrutti linguistici al loro riferimento. Come ciò avvenga può essere chiarito esaminando come sono caratterizzati senso e riferimento rispetto alle varie categorie di espressioni linguistiche.

Iniziamo con i *termini singolari*, ossia da quella classe di espressioni che comprende *nomi propri*, come "James Joyce", "Parigi" o "il Sole", e *descrizioni definite*, ossia descrizioni cui corrisponde al massimo un solo oggetto, come "l'attuale pontefice", o "la montagna più alta". Frege non distingue fra nomi propri in senso stretto e descrizioni definite, ma utilizza il termine "nomi propri" per indicare entrambi. Ciò che caratterizza i termini singolari è il fatto che il loro riferimento, ciò che essi denotano, è costituito da un oggetto individuale. Il riferimento di un nome proprio è costituito dall'oggetto di cui esso è il nome, e il riferimento di una descrizione definita è costituito dall'oggetto cui essa si applica. Per quanto concerne il senso di un termine singolare, esso può essere caratterizzato come un criterio che consenta di identificare il riferimento del termine stesso. Ciò è molto plausibile nel caso delle descrizioni definite: una descrizione linguistica come "la montagna più alta" fornisce un criterio per individuare l'oggetto cui essa si riferisce: essa denota quell'oggetto che gode della proprietà di essere la montagna più alta. I nomi propri in senso stretto si comportano secondo Frege come una sorta di descrizioni definite "nascoste". Il senso di un nome proprio in senso stretto come "James Joyce" potrebbe essere parafrasato da una descrizione del tipo "lo scrittore autore dell'*Ulysses*". Queste posizioni saranno in seguito oggetto di aspri dibattiti filosofici (si vedano più oltre i cenni alla teoria dei nomi propri come *designatori rigidi*); tuttavia noi non approfondiremo tali problemi in questa sede. Abbiamo detto che il senso di un'espressione linguistica può essere caratterizzato come il modo in cui ne viene dato il riferimento. Ne consegue che due espressioni aventi lo stesso senso devono necessariamente avere lo stesso riferimento. Non vale tuttavia di norma il contrario: due espressioni possono avere lo stesso riferimento, senza che tuttavia il loro senso sia lo stesso. Questo vale per espressioni di ogni categoria linguistica. L'esempio più noto riportato da Frege riguarda tuttavia i termini singolari. Si considerino le due descrizioni definite "la stella del mattino" e "la stella della sera". Esse sono dotate chiaramente di un senso diverso: il senso di "la stella del mattino" potrebbe essere parafrasato come "l'ultimo astro che scompare dalla volta celeste dopo il sorgere del sole", mentre il senso di "la stella della sera" può essere parafrasato come "il primo astro che compare dopo il tramonto". Tuttavia esse hanno lo stesso riferimento: entrambe denotano il pianeta Venere.

Per quanto riguarda i *predicati*, il riferimento di un predicato secondo Frege è un *concetto*. Un concetto per Frege è una funzione che assume come argomenti individui e restituisce come valori dei valori di verità (ossia, il vero o il falso). Si consideri ad esempio il predicato "cane". Il concetto che costituisce il riferimento di "cane" sarà una funzione ϕ_{cane} ad un argomento, tale che, per ogni oggetto x, se x è un cane, allora $\phi_{cane}(x)$ avrà come valore il vero, altrimenti, se x non è un cane, avrà come valore il falso. E' evidente che, dato un generico predicato P ad un argomento, la funzione ϕ_P costituisce quella che, nella terminologia attuale, si chiamerebbe la *funzione caratteristica* dell'insieme di oggetti che godono della proprietà di essere un P. Il tutto può essere facilmente generalizzato a predicati a più di un argomento. Si consideri ad esempio una relazione a due argomenti R. Il concetto corrispondente a R è la funzione ϕ_R a due argomenti, tale che, per ogni coppia (x,y), $\phi_R(x,y)$ è uguale al vero se e soltanto se x e y stanno nella relazione R, ed è uguale al falso altrimenti. Il senso di un predicato invece è il modo in cui viene pensato un concetto. Abbiamo visto che, per i predicati

---

[1]Abbiamo scelto di tradurre il termine *Bedeutung* con *riferimento* anziché, letteralmente, con *significato*, in quanto questo è l'uso consolidatosi nella terminologia filosofica successiva; rispetto alla *Bedeutung* fregeana il termine *significato* ha mantenuto una connotazione più generale e meno tecnica.

a un argomento, il concetto denotato è una funzione da individui a valori di verità. Il senso corrispondente si può caratterizzare come il modo per calcolare i valori di tale funzione, come una specie di regola che, per ogni argomento, consente di ottenere il valore corrispondente. Consideriamo ad esempio due predicati come "bipede implume" e "animale razionale". Essi denotano i due concetti $\phi_{bipede\_implume}$ e $\phi_{animale\_razionale}$ che possiamo assumere siano equivalenti: qualcosa è un bipede implume se e soltanto se è un animale razionale. Dunque, in quanto funzioni da individui a valori di verità sono identici. "Animale razionale" e "bipede implume" hanno quindi lo stesso riferimento. Tuttavia, essi differiscono rispetto al senso. La regola che consente di calcolare i valori di $\phi_{bipede\_implume}$ è qualcosa del tipo "se l'argomento è un essere con due piedi, e non ha le piume, allora il valore è il vero, altrimenti è il falso", mentre la regola che consente di calcolare i valori di $\phi_{animale\_razionale}$ è "se l'argomento è un essere animato dotato di ragione allora il valore è il vero, altrimenti è il falso". Che questi sensi siano diversi è evidente se si considera che, in una situazione diversa da quella del mondo reale, essi potrebbero dare luogo a concetti, ossia a denotazioni, diversi. Ad esempio, nel paese degli Houyhnhnm (nei viaggi di Gulliver) l'insieme degli animali razionali comprenderebbe i cavalli, che, ovviamente, non sarebbero compresi nell'insieme dei bipedi implumi; nel cretaceo l'insieme dei bipedi implumi comprendeva il *Tyrannosaurus rex*, che in quanto a razionalità lasciava certamente a desiderare.

Consideriamo infine gli *enunciati*. La caratterizzazione fregeana del riferimento degli enunciati, sebbene possa apparire di primo acchito poco intuitiva, si è rivelata in seguito estremamente fertile in tutta la tradizione logico formale. Il riferimento di un enunciato è, per Frege, il suo valore di verità. Secondo Frege il vero e il falso sono oggetti di tipo logico; tutti gli enunciati veri denotano il valore di verità vero, mentre tutti gli enunciati falsi denotano il valore di verità falso. Il motivo per cui i valori di verità vengono posti sul piano del riferimento, ossia, ad esempio, sullo stesso piano dell'oggetto denominato da un termine singolare, viene motivato da Frege in base alla considerazione che l'identificazione dell'oggetto denotato da un termine singolare e l'identificazione del valore di verità di un enunciato si collocano allo stesso livello di analisi semantica: di norma si è interessati a ciò che un termine denota nella misura in cui si vuole stabilire il valore di verità di un enunciato in cui esso compare, e la determinazione del valore di verità di un enunciato dipende dall'identificazione del riferimento delle espressioni che in esso compaiono. Il fatto che tutti gli enunciati veri da un lato, e tutti gli enunciati falsi dall'altro, siano dotati dello stesso riferimento sembrerebbe comportare un totale appiattimento del contenuto informativo dei diversi enunciati. Tale contenuto informativo viene tuttavia recuperato a livello di senso. Si è già detto che espressioni con uguale riferimento possono avere senso diverso. Questo è quanto accade con due enunciati di diverso "contenuto", ma con lo stesso valore di verità: ad esempio due enunciati come "2 +2 = 4" e "La capitale della Spagna è Madrid" hanno lo stesso riferimento (sono entrambi veri), ma sono dotati di senso diverso. Il senso di un enunciato viene detto da Frege il *pensiero* associato a quell'enunciato. Se, in generale, il senso di un'espressione viene definito come il modo in cui ne è dato il riferimento, allora il pensiero associato a un enunciato è il modo in cui è dato il valore di verità di un enunciato. Ossia, dato un enunciato p, possiamo immaginare il pensiero associato a p come qualcosa che ci dica come deve essere il mondo perché p sia vero. Ossia, utilizzando una terminologia posteriore all'opera di Frege, potremmo dire che il senso associato a un enunciato consiste nelle sue *condizioni di verità*, ossia conoscere il senso di un enunciato vuole dire conoscere le condizioni che devono essere soddisfatte perché l'enunciato sia vero.

Un ulteriore assunto della teoria semantica fregeana che ha fortemente influenzato tutta la tradizione filosofica successiva è costituito dal suo *antipsicologismo*. I sensi non devono essere confusi con entità di tipo mentale[2]. Essi sono oggetti di natura logica e non psicologica. Il senso di un termine singolare o di un predicato non è l'immagine mentale, o la rappresentazione che il parlante associa al termine. Le rappresentazioni mentali infatti sono soggettive, dipendono dalla storia di ciascun individuo, dalle sue esperienze, dalle informazioni di cui dispone. Variano quindi da individuo a individuo, e, in uno stesso individuo, sono diverse in momenti diversi e in fasi diverse della sua vita. Sono inoltre indissolubilmente legate ad elementi di ordine emotivo. Infine, sono entità di tipo eminentemente privato, accessibili esclusivamente a chi ne è il portatore e non comunicabili intersoggettivamente. Viceversa i sensi devono essere garanti dell'uso del linguaggio in quanto fenomeno intersogettivo. Devono essere quindi intersoggettivamente condivisibili. Per Frege, il fatto che due individui comprendano e usino lo stesso linguaggio può essere spiegato esclusivamente postulando il fatto che entrambi riescano ad accedere a un patrimonio comune di sensi. Da ciò per Frege segue la natura oggettiva del senso. "Il senso non costituisce invero [...] qualcosa di inscindibile dal singolo individuo, ma può formare il possesso comune di molti. Che sia così, ce lo prova l'esistenza di un patrimonio di pensieri comuni all'umanità, patrimonio di pensieri che si trasmette di generazione in generazione" (Frege 1892). O ancora: "con il termine 'pensiero' intendo non l'atto soggettivo del pensare, ma il suo contenuto oggettivo che può costituire il possesso comune di molti" (Frege 1892, p. 383 della trad. it. 1965). La conclusione è che i pensieri, i sensi, non sono né oggetti del mondo esterno, né rappresentazioni mentali, bensì sono entità che esistono in un "terzo regno" di natura platonica (Frege 1918). L'atto di pensare comporta operazioni mentali individuali, il cui fine è tuttavia quello di mettere in contatto la mente con i sensi oggettivi del terzo regno.

[2]L'antipsicologismo di Frege rispetto alla semantica è strettamente collegato al suo rifiuto di una fondazione psicologistica della matematica, e di una definizione in termini mentali degli enti matematici (Frege 1884).

Infine, un ulteriore elemento centrale della semantica fregeana va identificato nell'assunzione della *composizionalità del significato*, in base al quale il significato di ogni espressione sintatticamente complessa, sia a livello di senso che di riferimento, può essere ottenuto componendo i significati (sensi o riferimenti) delle espressioni che la costituiscono. O, in altri termini, il significato delle espressioni linguistiche complesse è funzione della loro struttura sintattica e del significato dei componenti, sia a livello di senso, sia a livello di riferimento. Una formulazione più precisa del principio di composizionalità del significato è la seguente:

> data un'espressione complessa *e* in cui compaia come componente un'espressione *f*, sostituendo a *f* un'espressione *f'* dotata dello stesso senso (riferimento) di *f*, si ottiene un'espressione *e'* il cui senso (riferimento) coincide con quello di *e*.

Un corollario del principio di composizionalità per i riferimenti è il principio di sostitutività degli identici *salva veritate*, in base al quale sostituendo in un enunciato a una certa espressione un'altra espressione con uguale riferimento, il valore di verità dell'enunciato non cambia. Il principio di composizionalità del significato consente a Frege di rendere conto di quella che oggi chiameremmo "capacità generativa" delle lingue, cioè della capacità di esprimere un numero potenzialmente infinito di contenuti a partire da un numero finito e limitato di espressioni base:

> Le prestazioni della lingua sono veramente sorprendenti: esprimere un immenso numero di pensieri con poche sillabe - o addirittura trovare il modo di dare a un pensiero, che un terrestre ha or ora afferrato per la prima volta, una veste che permetta che un altro, cui esso è del tutto nuovo, lo riconosca. Ciò non sarebbe possibile se non potessimo distinguere nel pensiero delle parti alle quali corrispondono parti dell'enunciato, di modo che la costruzione dell'enunciato possa valere come immagine della costruzione del pensiero. [...]
>
> Se si considera quindi il pensiero come composto di parti semplici e se si fanno inoltre corrispondere a esse certe parti semplici dell'enunciato, diviene comprensibile come si possa costruire una grande molteplicità di enunciati cui corrisponda, di nuovo, una grande molteplicità di pensieri. (Frege 1923 p. 99 della trad. it.)

Il principio di composizionalità, così come è stato formulato più sopra, fallisce nei cosiddetti contesti *opachi*, o *indiretti*. Esempi di contesti indiretti sono i contesti modali aletici (quelli generati da espressioni come "è necessario che ..." o "è possibile che ..."), i contesti temporali (come "in passato era vero che ...." o "fra una settimana sarà vero che ....") o i contesti di atteggiamento proposizionale, come ad esempio i contesti epistemici (quelli generati dai verbi "sapere" e "credere", come nelle espressioni "Tizio sa che ...." o "Sempronio crede che ...."). In questi contesti il principio di sostitutività come è stato sopra formulato di norma non vale. Si consideri un enunciato modale vero come "Necessariamente, Werner Herzog è Werner Herzog". In esso, non è possibile sostituire *salva veritate* un'occorrenza di "Werner Herzog" con un altro termine singolare di uguale riferimento, come ad esempio "il regista di *Aguirre, furore di Dio*". Infatti, l'enunciato che ne risulterebbe: "Necessariamente, Werner Herzog è il regista di *Aguirre furore di Dio*" è presumibilmente falso. Analoghe considerazioni valgono per i contesti temporali: "Roma" e "la capitale d'Italia" sono termini singolari con lo stesso riferimento. Tuttavia, sostituendoli nell'enunciato (vero) "Nel 1869 la capitale d'Italia era Firenze" si otterrebbe "Nel 1869 Roma era Firenze". O ancora, per quanto riguarda i contesti epistemici, due enunciati come "Giorgio crede che Roma sia la capitale d'Italia" e "Giorgio crede che Frege sia l'autore di *Über Sinn und Bedeutung*" possono certamente avere riferimenti (vale a dire, valori di verità) diversi, sebbene il secondo sia stato ottenuto dal primo mediante sostituzione di enunciati con lo stesso valore di verità.

L'intuizione fregeana fu che, nel determinare il riferimento di un'espressione nella quale figuri un contesto indiretto, entrassero in gioco i sensi delle espressioni che occorrono all'interno del contesto stesso. Più precisamente, per i contesti indiretti varrebbe un vincolo più forte al principio di sostitutibilità: data un'espressione *e* in cui compaia un contesto indiretto, perché resti invariato il riferimento di *e* possono essere sostituite nell'ambito del contesto indiretto esclusivamente espressioni dotate dello stesso senso. Frege postulò che, nell'ambito dei contesti indiretti, le varie espressioni avessero come riferimento il loro senso, anziché il loro riferimento usuale. Questo gli consentì di salvaguardare il principio di composizionalità nella sua formulazione più generale.

1.2 La formalizzazione del concetto di riferimento: il contributo di Tarski

Una formalizzazione del concetto fregeano di riferimento rispetto ai linguaggi logici del primo ordine è stata fornita dal logico polacco Alfred Tarski nel corso degli anni trenta[3]. L'interesse di Tarski era rivolto esclusivamente ai linguaggi formali. Tuttavia, le tecniche da lui elaborate sono state in seguito estese allo studio del linguaggio naturale. I lavori di Tarski rappresentano l'atto di nascita della semantica di tipo logico-formale basata su strumenti e metodi di teoria degli insiemi, di quella cioè che in seguito verrà detta *semantica modellistica* (o *semantica model-teoretica*), in

[3]Gli scritti fondamentali di Tarski su questi argomenti sono compresi in (Tarski 1956).

quanto fondata sulla nozione chiave di *modello*. Storicamente, il concetto di modello è successivo ai primi lavori tarskiani, nei quali esso può essere individuato solo in maniera implicita. Tuttavia, esso ha avuto un ruolo centrale in tutti gli sviluppi successivi che trassero origine dall'opera di Tarski. Per questa ragione, qui esporremo brevemente i risultati di Tarski degli anni trenta utilizzando la terminologia modellistica contemporanea.

Introduciamo innanzi tutto un linguaggio del primo ordine **L** definito come segue.

L'*alfabeto* di **L** sia formato dai seguenti insiemi di simboli:

a) un insieme al più numerabile di costanti *individuali* a, b, c, c_1, c_2, ...;
b) un insieme al più numerabile di *costanti predicative* a n argomenti P_1^1, ..., P_n^1, ..., P_1^i, ..., P_m^i, ... (dove P_j^m è la j-esima costante predicativa a m argomenti);
c) un insieme numerabile di *variabili individuali* x, y, z, x_1, x_2, ...;
d) i *connettivi logici* $\wedge$ (congiunzione), $\vee$ (disgiunzione), $\rightarrow$ (implicazione materiale) e $\neg$ (negazione), il *quantificatore universale* $\forall$, e il *quantificatore esistenziale* $\exists$;
e) le parentesi tonde e la virgola come segni ausiliari.

Nel seguito, per comodità, utilizzeremo anche altre costanti individuali e predicative oltre a quelle sopra introdotte, in cui la notazione suggerisca direttamente il significato intuitivo (ad es. *Fido*, *Cesare*, *cane*, *padre_di*, *bipede*, e così via)[4].

Definiamo l'insieme dei *termini* come l'unione degli insiemi delle variabili e delle costanti individuali. Dato un predicato P_i^n a n argomenti, e una n-pla $(t_1, ..., t_n)$ di termini del linguaggio, $P_i^n(t_1, ..., t_n)$ è una *formula atomica* di **L**. Definiamo ora l'insieme delle formule di **L** come il più piccolo insieme per cui valgano le seguenti regole:

1) ogni formula atomica è una formula;
2) se α eβ sono formule, allora $(\alpha \wedge \beta)$ è una formula;
3) se α eβ sono formule, allora $(\alpha \vee \beta)$ è una formula;
4) se α e β sono formule, allora $(\alpha \rightarrow \beta)$ è una formula;
5) se α è una formula, allora $(\neg\, \alpha)$ è una formula;
6) se α è una formula e x è una variabile, allora $(\forall x\, \alpha)$ è una formula;
7) se α è una formula e x è una variabile, allora $(\exists x\, \alpha)$ è una formula.[5]

Prima di procedere, si noti che, in **L**, le costanti individuali equivalgono a quelli che nel paragrafo precedente abbiamo chiamato *termini singolari* (più precisamente, esse corrispondono ai nomi propri in senso stretto - il linguaggio **L** non offre la possibilità di introdurre descrizioni definite). Per quanto riguarda gli enunciati, essi corrispondono in **L** a un sottoinsieme dell'insieme delle formule, vale a dire alle *formule chiuse*. Si dicono formule chiuse quelle in cui tutte le variabili compaiono nell'ambito di un quantificatore (fra le formule chiuse sono comprese quindi quelle in cui non compare alcuna variabile). Sono formule chiuse, ad esempio, $P_3^1(a)$, $\forall x(P_2^1(x))$, mentre non lo sono $P_5^1(y)$ e $\forall x_1(P_3^2(x_1, x_5))$.

A questo punto, vediamo come viene caratterizzato il riferimento delle varie espressioni di **L** in base a una semantica di tipo tarskiano. Dobbiamo in primo luogo introdurre un *dominio*, ossia un universo del discorso su cui il linguaggio di **L** sia interpretato. In secondo luogo bisogna specificare in che modo le varie espressioni di **L** vadano interpretate su tale dominio, quale debba essere cioè il loro riferimento. Il dominio consiste in un insieme non vuoto D di individui. Per specificare il riferimento delle espressioni di **L** viene introdotta una *funzione interpretazione* φ. Si tratta di una funzione ad un posto, che assume come argomenti espressioni di **L**, e associa loro un riferimento nel dominio D. In particolare, φ associa un riferimento alle costanti individuali e predicative del linguaggio **L**, consentendo di calcolare il riferimento delle formule chiuse. Chiameremo una *interpretazione* del linguaggio **L** una coppia ordinata $I = (D, \varphi)$, dove D è un dominio e φ una funzione interpretazione.

Vediamo come si comporta nei diversi casi la funzione interpretazione. Per quanto riguarda le *costanti individuali*, il riferimento che φ associa a ciascuna di esse è un elemento del dominio D. Ossia, per ogni costante individuale c di **L**, $\varphi[c] \in D$. Per quanto riguarda le lettere predicative, a ogni lettera predicativa a n argomenti, φ associa come riferimento un insieme di n-ple di elementi di D. Così, se P_i^1 è una lettera predicativa a un argomento, il suo riferimento sarà un sottoinsieme del dominio; cioè $\varphi[P_i^1] \subseteq D$. Intuitivamente, $\varphi[P_i^1]$ è l'insieme degli individui di cui è vero P_i^1. Ad esempio, dato un simbolo predicativo ad un argomento *cane* dall'ovvio significato intuitivo, nell'interpretazione intesa φ[*cane*] dovrebbe essere l'insieme dei cani. In generale, $\varphi[P_i^n] \subseteq D^n$. $\varphi[P_i^n]$ è l'insieme delle

[4]Per semplicità, abbiamo preferito non introdurre simboli di funzione nel linguaggio.
[5]Alcune parentesi possono essere omesse adottando opportune convenzioni sull'ambito dei vari connettivi.

n-ple tali che, per ciascuna n-pla, i suoi elementi stanno nella relazione rappresentata da P_i^n. Così, dato il simbolo predicativo a due argomenti *padre_di*, φ[*padre_di*] sarà l'insieme di coppie (ordinate) di elementi di D tali che il primo elemento è padre del secondo. Nel caso di *enunciati*, ossia di *formula chiuse*, la funzione interpretazione assegna loro come riferimento un valore di verità. Così, per ogni formula chiusa α di **L**, si ha che $\varphi[\alpha] \in \{\mathbf{v}, \mathbf{f}\}$.

Per quanto riguarda termini singolari ed enunciati, la formalizzazione model teoretica coincide con la proposta fregeana: i termini singolari denotano singoli individui del dominio, e gli enunciati denotano valori di verità. Leggermente diversa è la situazione per i predicati. Per Tarski, essi denotano insiemi di n-ple di oggetti del dominio, mentre abbiamo visto che, secondo Frege, essi si riferiscono a concetti, ossia a funzioni da n-ple di oggetti a valori di verità. Dal punto di vista tecnico dell'attuale teoria degli insiemi, tuttavia, tali soluzioni sono assolutamente equivalenti. Prendiamo ad esempio un simbolo predicativo ad un argomento come *cane*. Nella formulazione modellistica esso denota l'insieme dei cani del dominio, mentre, per Frege, esso denota la funzione ϕ_{cane} descritta nel paragrafo precedente, che, abbiamo detto, costituisce la *funzione caratteristica* dell'insieme dei cani nel dominio. Ora, è noto che in teoria degli insiemi una formulazione in termini di insiemi è completamente equivalente a una formulazione in termini di funzioni caratteristiche. In base alle posizioni di Frege i concetti di insieme e di funzione hanno statuti filosofici profondamente diversi (Frege 1891; si veda anche Casalegno 1992); tuttavia tale distinzione non ha avuto seguito negli sviluppi formali successivi, e possiamo quindi considerare la formalizzazione tarskiana come una ricostruzione ragionevolmente fedele delle posizioni fregeane.

Sin qui, abbiamo visto che *tipo* di riferimento viene associato dalla semantica tarskiana alle varie categorie di espressioni di **L**. Vediamo ora come viene determinato il riferimento effettivo delle varie espressioni. Ciò si ottiene mediante una serie di regole che, assunto come noto il riferimento dei componenti, permettono di calcolare il riferimento delle espressioni complesse costruite a partire da tali componenti. Esporremo qui le regole per l'interpretazione di un sottoinsieme di **L**. In particolare, per semplicità, non prenderemo in considerazione le regole che concernono le formule quantificate. In questo modo escludiamo dalla nostra trattazione il contributo tecnico più originale e rilevante della teoria tarskiana, vale a dire la nozione di soddisfacimento di una formula rispetto a un'assegnazione di valori alle variabili. Gli altri aspetti della teoria si limitano a rendere esplicite idee già presenti in Frege, o nel Wittgenstein del *Tractatus*. Tuttavia, il trattamento della quantificazione richiederebbe uno spazio maggiore a causa della necessità di introdurre un bagaglio tecnico piuttosto sofisticato, e non risulta necessario per la nostra argomentazione. Ai nostri fini è sufficiente illustrare lo spirito generale dell'operazione tarskiana.

1) Data una formula atomica del tipo $P_i^n(c_1, ..., c_n)$, dove $c_1, ..., c_n$ sono costanti individuali di **L**, $P_i^n(c_1, ..., c_n)$ è vera se e soltanto se l'n-pla costituita dai riferimenti di $c_1, ..., c_n$ appartiene al riferimento di P_i^n; in altri termini si ha che:

$$\varphi[P_i^n(c_1, ..., c_n)] = \mathbf{v} \text{ se } (\varphi[c_1], ..., \varphi[c_n]) \in \varphi[P_i^n]$$

e

$$\varphi[P_i^n(c_1, ..., c_n)] = \mathbf{f} \text{ se } (\varphi[c_1], ..., \varphi[c_n]) \notin \varphi[P_i^n].$$

(Quindi, ad esempio, una formula del tipo *cane(fido)* è vera se e soltanto se φ[*fido*] ∈ φ[*cane*], se cioè il riferimento di *fido* appartiene al riferimento di *cane*).

2) Date due formule chiuse α e β di **L**,

$$\varphi[\alpha \wedge \beta] = \mathbf{v} \text{ sse } \varphi[\alpha] = \mathbf{v} \text{ e } \varphi[\beta] = \mathbf{v}.$$

3) Date due formule chiuse α e β di **L**,

$$\varphi[\alpha \vee \beta] = \mathbf{v} \text{ sse } \varphi[\alpha] = \mathbf{v} \text{ oppure } \varphi[\beta] = \mathbf{v}.$$

4) Date due formule chiuse α e β di **L**,

$$\varphi[\alpha \rightarrow \beta] = \mathbf{v} \text{ sse } \varphi[\alpha] = \mathbf{f} \text{ oppure } \varphi[\beta] = \mathbf{v}.$$

5) Date una formula chiusa α di **L**,

$$\varphi[\neg \alpha] = \mathbf{v} \text{ sse } \varphi[\alpha] = \mathbf{f}.$$

Data una formula chiusa α di **L** e una interpretazione *I*, si dice che *I* è un *modello* di α (in simboli, $I \models \alpha$), se e soltanto se α risulta vera rispetto a *I*. Dato un insieme Γ di formule di **L**, si dice che una interpretazione *I* è un *modello* di Γ se e soltanto se *I* è un modello di tutte le formule di Γ. Si dice che una formula α (un insieme di formule Γ) è *soddisfacibile* se e soltanto se esiste almeno un modello di α (di Γ). Una formula α è *valida* se e soltanto se ogni interpretazione è un modello di α. (In simboli, che α è valida si indica con $\models \alpha$). Si dice che una formula β è *conseguenza logica* di una formula α (in simboli, $\alpha \models \beta$) se e soltanto se ogni modello di α è a sua volta anche un modello di β. Si può facilmente mostrare che β è conseguenza logica di α se e soltanto se $\alpha \rightarrow \beta$ è una formula valida. Si dice che β è conseguenza logica di un insieme di formule Γ (in simboli, $\Gamma \models \beta$) se e soltanto se ogni modello di Γ è anche un modello di β.

A questo punto, possiamo anche introdurre sinteticamente i concetti di *correttezza* e di *completezza* per un sistema formale. Sia **F** un sistema formale definito a partire dal linguaggio **L** (aggiungendo a **L** un insieme di assiomi - eventualmente vuoto - e un insieme di regole di inferenza). Sia $\vdash_{\mathbf{F}}$ la relazione di derivabilità in **F**[6]. Diremo che **F** è *corretto* se e soltanto se ogni formula dimostrabile in **F** è valida (ossia se, per ogni formula α, se $\vdash_{\mathbf{F}} \alpha$ allora $\models \alpha$). Diremo che **F** è *completo* se ogni formula valida è derivabile in **F** (ossia se, per ogni formula α, se $\models \alpha$ allora $\vdash_{\mathbf{F}} \alpha$).

I putni 1)-5) della precedente definizione rispettano il requisito della composizionalità del significato: ogni clausola definisce il riferimento di un'espressione complessa esclusivamente come funzione del riferimento dei suoi componenti. Vale quindi il criterio secondo cui, in un'espressione complessa, sostituendo a un componente un'altra espressione con lo stesso riferimento, il riferimento dell'espressione di partenza non cambia. Ad esempio, in una disgiunzione del tipo $\alpha \vee \beta$, sostituendo a α una formula con lo stesso valore di verità, il valore di verità della disgiunzione resta invariato. Allo stesso modo, in una formula atomica del tipo $P^1(a_i)$, sostituendo a P^1 (oppure ad a_i) una costante predicativa (o una costante individuale) dotata dello stesso riferimento, il valore di verità della formula rimane lo stesso. La composizionalità del significato è collegata a una importante caratteristica della precedente definizione. Sia la definizione sintattica dell'insieme delle formula di **L** che le regole della definizione semantica hanno una struttura di tipo ricorsivo. In entrambi i casi la prima clausola costituisce la base della definizione, mentre le clausole seguenti costituiscono i vari casi del passo induttivo. Benché la nostra definizione semantica sia incompleta (manca sostanzialmente il caso delle formule quantificate e abbiamo ignorato, in generale, il problema della formule non chiuse), si può notare una "somiglianza" fra le clausole che definiscono la sintassi e quelle relative alla semantica. In sostanza, le regole semantiche "lavorano in parallelo" a quelle sintattiche: il riferimento di un'espressione complessa viene costruito a partire dal riferimento dei suoi componenti atomici sulla base della struttura dell'espressione stessa. E' questo che garantisce che la composizionalità sia rispettata.

1.3 Intensioni e Mondi Possibili

La semantica di tipo tarskiano non riesce a rendere conto dei contesti indiretti, come ad esempio i contesti generati da espressioni modali aletiche ("è possibile che ...", "è necessario che ...") o i contesti temporali. Come abbiamo visto, già Frege aveva messo in luce che, per fornire un trattamento semantico di contesti di questo genere, non era sufficiente prendere in considerazione il riferimento delle espressioni linguistiche. In particolare, in tali contesti fallisce il criterio di sostitutibilità degli identici *salva veritate*. Il riferimento di espressioni in cui compaiano contesti indiretti non dipende composizionalmente dal riferimento dei suoi componenti. Per studiare il riferimento di espressioni di questo genere, una analisi semantica a livello esclusivamente denotazionale non è sufficiente. E' quindi ovvio che la semantica tarskiana, in quanto formalizzazione del riferimento, non sia adeguata allo scopo. Intuitivamente, l'insufficienza della semantica tarskiana nel trattamento semantico dei contesti indiretti può essere ricondotta al fatto che essa prende in considerazione come rilevante un solo stato di cose alla volta, interpreta cioè tutte le espressioni sulla base di un modello di un singolo stato del mondo. Un modello tarskiano è un modello del "mondo reale". Di norma invece i contesti indiretti fanno riferimento a stati di cose alternativi, o comunque differenti, dallo stato del mondo reale. Ciò è particolarmente evidente nel caso dei contesti temporali. Si consideri un enunciato come "La capitale d'Italia è Roma, e nel 1869 era Firenze". E' evidente che per rendere conto della verità di questo enunciato non è sufficiente prendere in considerazione un singolo stato del mondo, quello reale, ma si deve considerare anche la situazione cui fa riferimento il contesto temporale, cioè lo stato del mondo come era nel 1869. Qualcosa di simile vale per i contesti modali. La verità di un enunciato come "sarebbe possibile che l'Italia fosse un regno" non dipende ovviamente soltanto da come vanno le cose oggi nel mondo, ma fa riferimento ad altri stati di cose diversi da quello reale. Così, perché sia

[6]Intuitivamente, si dice che una formula α è *derivabile* in **F** a partire da un insieme Γ di formule (in simboli, $\Gamma \vdash_{\mathbf{F}} \alpha$) se e soltanto se è possibile ottenere α applicando le regole di **F** a partire dagli assiomi di **F** e dalle formule in Γ. Un formula α si dice dimostrabile in **F** (in simboli, $\vdash_{\mathbf{F}} \alpha$) se e soltanto se è possibile ottenerla applicando le regole di **F** a partire esclusivamente dagli assiomi di **F**. In un certo senso, la nozione di derivabilità è il corrispettivo sintattico della nozione semantica di conseguenza logica, mentre la nozione di dimostrabilità è il corrispettivo sintattico della nozione semantica di validità.

vero "E' necessario che 2+2=4" non è sufficiente che "2+2=4" sia vero nel mondo reale. Bisogna che esso sia vero in tutti quegli stati del mondo che, in qualche senso, vengono ritenuti possibili.

Una formalizzazione di questa idea intuitiva si è avuta con lo sviluppo della *semantica dei mondi possibili*. Si tratta di una generalizzazione della semantica tarskiana, in cui gli strumenti della teoria dei modelli vengono estesi al trattamento dei contesti indiretti. L'idea di mondo possibile, di origine leibniziana, è stata ripresa da Carnap, in *Meaning and Necessity* (Carnap 1947) per fornire un trattamento formale delle modalità aletiche ("è possibile ...", "è necessario .."). Lo sviluppo definitivo della semantica dei mondi possibili per la logica modale si è avuta nel corso degli anni sessanta con i lavori di Kripke (1963). La semantica a mondi possibili è stata in seguito generalizzata ad altri tipi di contesti indiretti, quali ad esempio i contesti temporali[7]. Il concetto formale di mondo possibile dovrebbe catturare l'idea intuitiva di situazione controfattuale, ossia di situazione in cui le cose stanno diversamente da come stanno nel mondo reale (quindi stati del mondo passati o futuri, situazioni ipotetiche, e così via).

In questo paragrafo non daremo una esposizione formale dettagliata della semantica a mondi possibili, ma ci limiteremo a fornire quelle informazioni necessarie per proseguire nella nostra argomentazione. Un trattamento più formale dei modelli di Kripke per la logica proposizionale verrà fornito nel par. 8.2, in relazione alla discussione sugli atteggiamenti proposizionali e sui contesti di credenza[8].

Come la semantica di Tarski può essere considerata una formalizzazione del concetto fregeano di riferimento, così la semantica dei mondi possibili può essere considerata una ricostruzione formale degli aspetti semantici legati alla nozione fregeana di senso. Anche in questo caso, e in grado forse maggiore che per la teoria di Tarski, la teoria dei mondi possibili si discosta dalla formulazione fregeana rispetto ad alcuni punti centrali. Tuttavia, nella nostra prospettiva, i motivi di continuità sono certamente più rilevanti della differenze. In particolare, nella tradizione modellistica, la distinzione fregeana senso/riferimento è stata sostituita dalla distinzione *intensione*/*estensione* nell'accezione in cui è stata introdotta nella terminologia filosofica da Carnap (1947). In questo senso, si parla di *logiche intensionali* per le logiche basate sulla semantica a mondi possibili, e di *contesti intensionali* per indicare quelli che Frege chiamava contesti indiretti. Carnap propose i concetti di intensione e di estensione come un'esplicazione delle nozioni fregeane di senso e riferimento, anche se vi sono importanti differenze che metteremo in parte in luce nel seguito. Nella semantica a mondi possibili le estensioni sono trattate in accordo alla semantica tarskiana (per cui, ad esempio, l'estensione di una costante individuale è un oggetto del dominio, l'estensione di un simbolo predicativo a n argomenti è un insieme di n-ple di oggetti del dominio e l'estensione di un enunciato è un valore di verità). Vedremo in seguito a cosa corrispondono le intensioni.

Abbiamo visto che, intuitivamente, un mondo possibile può essere pensato come una situazione controfattuale, ossia come una situazione che potrebbe esistere se le cose fossero andate diversamente da come sono andate nel mondo reale. Così, in qualche mondo possibile diverso da quello reale Milano potrebbe essere un porto, i gatti potrebbero essere verdi, e così via. Le verità necessarie sono quelle che sono vere non solo nel mondo reale, ma anche in tutti i mondi possibili che si possano concepire. Nella semantica di Kripke il meccanismo dei mondi possibili è formalizzato mediante strumenti di tipo insiemistico. Ogni mondo possibile è un elemento w_i di un insieme W di mondi. Ogni w_i può essere visto come una struttura insiemistica in un certo senso analoga a un modello di Tarski. Nei modelli kripkeani, la funzione interpretazione associa ai vari simboli del linguaggio un'estensione rispetto ad ogni mondo possibile. Si tratta cioè di una funzione φ a due argomenti, di cui il primo argomento deve essere un mondo possibile, e il secondo un'espressione del linguaggio. Così, data una costante individuale c e un mondo w_i, $\varphi[w_i, c]$ è l'individuo del dominio denotato da c nel mondo w_i; data una formula chiusa α e un mondo w_j, $\varphi[w_j, \alpha]$ è il valore di verità di α in w_j, e così via. I mondi in cui Milano è un porto sono quegli elementi di W rispetto ai quali l'oggetto denotato dalla costante individuale *Milano* è un elemento dell'insieme denotato dal simbolo predicativo *porto*. I mondi dove i gatti sono verdi sono i mondi dove l'insieme che corrisponde al simbolo predicativo *gatto* è un sottoinsieme dell'insieme che corrisponde al simbolo predicativo *verde*.

Nella semantica di Kripke, perché una formula del tipo "è necessario che α" (in simboli: $\Box\alpha$) sia vera rispetto a un mondo w, α deve essere vera in w e in tutti i mondi che siano *accessibili* da w, cioè, intuitivamente, in tutti quei mondi possibili che possono essere concepiti dagli "abitanti" del mondo w. Simmetricamente, una formula come "è possibile che α" (in simboli $\Diamond\alpha$) è vera in w se e soltanto se α è vera in w, o in almeno uno dei mondi concepibili in w. Sull'insieme W dei mondi è definita una *relazione di accessibilità* R, che stabilisce quali altri mondi siano accessibili, vale a dire, possano essere concepiti, a partire da ogni mondo possibile dato. Un particolare elemento G di W rappresenta il mondo reale. Quindi, $\Box\alpha$ è vera nel mondo reale se e soltanto se α è vera in G e in tutti i mondi possibili $w \in W$ tali che $R(G,w)$. Nella semantica a mondi possibili, l'equivalente del concetto di interpretazione della semantica tarskiana è una struttura più complessa, una quadrupla $I = (D, W, \varphi, R)$, dove D è il dominio di interpretazione, W è l'insieme dei mondi possibili, φ è la funzione interpretazione definita come abbiamo visto sopra, cioè come funzione da

[7]Si veda ad esempio (van Benthem 1983).

[8]Per una esposizione più approfondita della semantica kripkeana rimandiamo ad esempio a (Hugues e Cresswell 1968); (Gabbay e Guenthner 1984); (Galvan 1985).

mondi possibili ed espressioni del linguaggio a estensioni, e R è la relazione di accessibilità tra mondi possibili. Una interpretazione di questo genere è detta anche una *struttura di Kripke*.

Dato un linguaggio per la logica modale (ad esempio il linguaggio **L** esteso con gli operatori modali di necessità $\Box$ e di possibilità $\Diamond$), il significato dei vari tipi di formule viene assegnato mediante regole ricorsive analoghe a quelle della semantica estensionale di Tarski. Se una formula α è vera rispetto all'interpretazione I nel mondo w, si scrive $I,w \models \alpha$. Le nozioni di *modello*, di *validità*, di *soddisfacibilità* e di *conseguenza logica* sono definite generalizzando quelle della semantica tarskiana. Ad esempio, una formula α è *valida* se e soltanto se per ogni interpretazione I e per ciascun mondo w in W si ha che $I,w \models \alpha$.

Vediamo ora come risultano definite le intensioni nella semantica a mondi possibili. Partiamo da un esempio di tipo modale. Si consideri l'enunciato "i bipedi implumi sono implumi", in simboli:

$$(1)\ \forall x\ (bipede\_implume(x) \rightarrow implume(x)).$$

(Assumiamo che i vari predicati utilizzati qui e nel seguito abbiano l'interpretazione suggerita intuitivamente dal nome). Nei termini della semantica modellistica tarskiana, perché (1) sia vera, l'estensione di *bipede_implume* deve essere un sottoinsieme dell'estensione di *implume*. Si consideri ora l'enunciato modale "è necessario che i bipedi implumi siano implumi", in simboli:

$$(2)\ \Box\forall x\ (bipede\_implume(x) \rightarrow implume(x)).$$

Data l'interpretazione intuitiva dei simboli che vi compaiono, (2) è un enunciato vero. Tuttavia, come abbiamo visto, la semantica tarskiana non è in grado di rendere conto del valore di verità di enunciati di questo tipo, poiché per rendere conto del valore di verità di (2), non è sufficiente prendere in considerazione le estensioni dei simboli nella formula. Infatti, il predicato *umano* ha la stessa estensione di *bipede_implume*, e può quindi essere sostituito a *bipede_implume salva veritate* in (1). Ma se applichiamo tale sostituzione in (2), si ottiene l'enunciato:

$$(3)\ \Box\forall x\ (umano(x) \rightarrow implume(x)),$$

.

che, presumibilmente, è falso: è certamente lecito immaginare che gli uomini possano avere le piume in qualche mondo possibile diverso dal nostro (mentre è certamente contraddittorio immaginare che un bipede implume le abbia). La relazione di inclusione fra le estensioni non è sufficiente perché (3) sia vera. In base alla teoria kripkeana, (3) sarebbe vera se l'insieme degli umani fosse un sottoinsieme dell'insieme dei bipedi implumi in ogni mondo possibile accessibile dal mondo reale, e non soltanto nel mondo reale. Abbiamo visto che, secondo Frege, nei contesti indiretti sono i sensi ad avere il ruolo di solito giuocato dai riferimenti, nel senso che la composizionalità vale per i sensi anziché per i riferimenti usuali. Se vogliamo che le intensioni siano in questo senso analoghe ai sensi fregeani, allora termini con la stessa intensione devono essere sostituibili *salva veritate* nei contesti indiretti come appunto quelli modali. In base alla definizione della verità per le formule modali, è evidente che due predicati P e Q sono sostituibili *salva veritate* in ogni contesto modale se, per ogni mondo possibile w, l'estensione di P in w è uguale all'estensione di Q in w. In tal caso, si può quindi assumere che P e Q abbiano la stessa intensione. Perciò, in semantica modellistica l'intensione di un predicato (ad un posto) P è definita come una funzione Ψ_P da mondi possibili a sottoinsiemi del dominio D[9]. Per ogni mondo possibile preso come argomento, tale funzione restituisce come valore l'estensione di P in quel mondo. Per esempio, l'intensione di *umano* è la funzione Ψ_{umano} che, per ogni mondo w_n in W, associa a w_n l'insieme $\psi_{umano}(w_n)$ degli esseri umani in w_n.

In generale, l'intensione di un'espressione e sarà una funzione Ψ_e da mondi possibili a estensioni: per ogni mondo w, $\Psi_e(w)$ è l'estensione di e in w. Così, l'intensione di un predicato a n argomenti è una funzione da mondi possibili a insiemi di n-ple di oggetti di D, l'intensione di un termine individuale è una funzione da mondi possibili a elementi di D, e l'intensione di un enunciato è una funzione da mondi possibili a valori di verità. Le intensioni intese come funzioni da mondi possibili a estensioni possono essere considerate come una formalizzazione dell'idea fregeana di senso inteso come modo in cui è dato il riferimento. Se un senso è un modo per cui, date certe circostanze, è possibile individuare un certo oggetto (individuo o concetto o valore di verità), un'intensione modellistica è proprio una funzione che, dato un certo stato di cose (un mondo possibile), individua l'estensione corrispondente. Ad esempio, l'intensione di un enunciato come funzione da mondi possibili a valori di verità formalizza in maniera efficace l'idea formulata da Wittgenstein nel *Tractatus* in base a cui il significato di un enunciato sono le sue condizioni di verità. L'intensione ψ_α di una formula α specifica a quali condizioni, ossia in quali mondi possibili, la formula chiusa α ha come valore di verità il vero.

[9]In questa sede assumiamo che D sia l'unione dei domini dei mondi di W. Di fatto, sono possibili diverse alternative. Ad esempio, che tutti i mondi abbiamo lo stesso dominio, oppure che ciascun mondo abbia un dominio distinto.

L'identificazione delle intensioni con funzioni da mondi possibili a estensioni, benché già implicita nei lavori di Carnap e di Kripke, è stata formulata esplicitamente nell'opera di Richard Montague. Il lavoro di Montague sulla semantica intensionale (Montague 1974) rappresenta il massimo punto di sviluppo della semantica a mondi possibili e dell'approccio model teoretico al significato del linguaggio naturale[10]. Montague costruisce una logica intensionale in cui il meccanismo dei mondi possibili viene generalizzato lungo linee diverse. Ad esempio, i mondi possibili vengono utilizzati per rendere conto delle modalità, del tempo, degli indicali, e così via. Complessivamente, la semantica model teoretica viene resa estremamente flessibile, in maniera da consentire una maggiore aderenza alla struttura grammaticale delle lingue naturali. L'aspetto più appariscente della teoria di Montague consiste probabilmente nel fatto di associare i metodi semantici della teoria dei modelli di derivazione logica con i risultati delle teorie sintattiche di ambito linguistico, in particolare con la sintassi di tipo generativo di origine chomskiana. Prima di Montague, i tentativi di analisi logica di enunciati delle lingue naturali erano limitati ad esempi estremamente semplici, e presupponevano sempre una parafrasi degli enunciati di partenza in un linguaggio logico effettuata "a mano" da chi conduceva l'analisi. Viceversa, la teoria di Montague consente di prendere in considerazione in maniera sistematica sottoinsiemi abbastanza complessi del linguaggio naturale, in modo che la teoria sia in grado di rendere conto del passaggio dalla forma grammaticale degli enunciati alla loro rappresentazione semantica. Ad ogni oggetto sintattico di un certo tipo viene associato un oggetto semantico di un tipo corrispondente, e si riesce a costruire composizionalmente, mediante regole ricorsive, una rappresentazione del significato di espressioni linguistiche complesse a partire dal significato dei loro componenti.

Un efficace esempio della duttilità delle intensioni nella semantica di Montague è costituito dai *connettivi generalizzati*. Si consideri un connettivo come la congiunzione. In logica, normalmente, la congiunzione può connettere fra loro soltanto formule. Dal punto di vista sintattico cioè la congiunzione può essere vista come un operatore a due posti, che assume come argomenti due formule e produce una formula come risultato. Nel linguaggio naturale tuttavia la congiunzione ha un comportamento più vasto e complesso. Si possono congiungere, oltre che enunciati, anche nomi, verbi, aggettivi, avverbi, e così via. Ad esempio, i seguenti sono tutti enunciati grammaticalmente corretti dell'italiano:

"Il sentiero è lungo *e* stretto"
"Ugo salta *e* scodinzola"
"Ugo *e* Pluto scodinzolano".

Un enunciato come "Fido salta e scodinzola" tradizionalmente poteva essere analizzato in logica soltanto trasformandolo in una congiunzione di enunciati, e rappresentato come $salta(Fido) \wedge scodinzola(Fido)$. La teoria di Montague permette di definire una *congiunzione generalizzata*, che consente di ottenere espressioni sintatticamente complesse congiungendo tra loro oggetti sintattici di diverse categorie, in maniera da poter associare loro direttamente una semantica. Così si può ottenere il predicato complesso ad un posto *lungo e stretto* congiungendo fra loro il predicato *lungo* e il predicato *stretto*. Intuitivamente, in generale, l'intensione della congiunzione generalizzata è una funzione a due posti, che, se assume come argomenti le intensioni di due predicati a un posto, produce come valore l'intensione di un predicato a un posto, se assume come argomenti le intensioni di due enunciati, produce come valore l'intensione di un enunciato, e così via.

La semantica di Montague costituisce, come si è detto, il punto di massimo sviluppo dell'approccio model teoretico allo studio del significato del linguaggio naturale, e quindi, in un certo senso, il punto di massimo sviluppo del programma fregeano in semantica. Il lavoro di Montague realizza i vari desiderata fregeani: la distinzione senso/riferimento nella forma della distinzione intensione/estensione, la composizionalità del significato, l'antipsicologismo (Montague riteneva che la semantica fosse una parte della matematica e non della psicologia - cfr. Thomason 1974). I suoi successi hanno fatto che sì che, per un certo periodo, si sia potuto ritenere che la semantica dei mondi possibili fosse in grado di offrire un quadro generale in cui affrontare i problemi della teoria del significato. Essa è così diventata il paradigma dominante nell'ambito delle teorie logico-filosofiche del significato. Gli assunti centrali di tale paradigma erano che il significato di un enunciato coincidesse con le sue condizioni di verità, e che compito principale della semantica fosse di individuare tali condizioni e di indagare le relazioni di conseguenza logica fra enunciati. Tuttavia, nonostante l'indubbia eleganza della teoria, i successi ottenuti e il grado di generalità dimostrato nell'affrontare numerosi problemi semantici, vi sono alcuni problemi cruciali che non è stato possibile affrontare all'interno di questo paradigma. Da tali problemi prenderemo le mosse nel prossimo capitolo per proseguire la nostra trattazione.

---

[10]Per una esposizione introduttiva del lavoro di Montague si vedano ad esempio, a diversi gradi di approfondimento e di completezza, (Dowty et al. 1981); (Thomason 1974); (Chierchia 1992).