Macchine di Turing

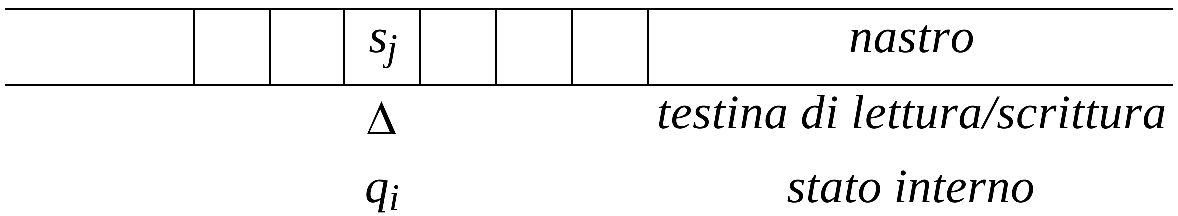
- Nastro

- Alfabeto:

$$\Sigma = \{s_1, s_2, \ldots, s_n\}$$

(s_0: cella vuota)

- Testina di lettura/scrittura:



- Stati interni: $q_0, q_1, \ldots, q_m$

- Configurazioni: (stato, simbolo)

- Operazioni atomiche

(1) sostituzione del simbolo osservato

(2) spostamento della testina (S, D, C)

(3) un cambiamento di stato

<u>esempi:</u>

$$s_i \quad S \quad q_j$$

$$s_0 \quad C \quad q_p$$

- *Istruzioni:*

< configurazione > $\rightarrow$ < operazione atomica >

<u>ad esempio</u>:

$$q_i \quad s_j \;\rightarrow\; s_k \quad D \quad q_p$$

(*quintupla*)

- *Tavola*

- *Configurazioni finali*

(*stato finale*)

- *Input, output e posizione standard*

***Esempio* 1**

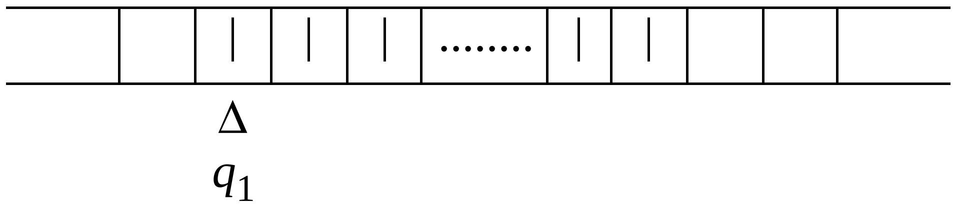
alfabeto $\Sigma = \{|\}$

stati: (q_1, q_0)

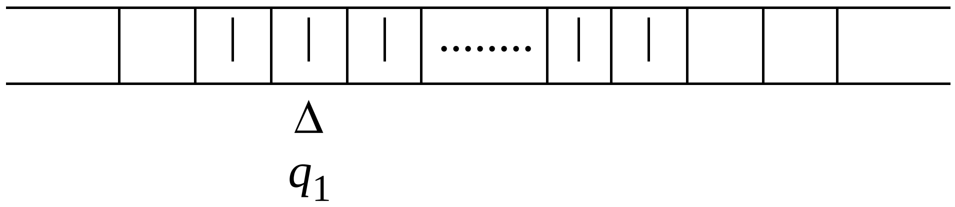
tavola:

1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\vert$	C	q_0

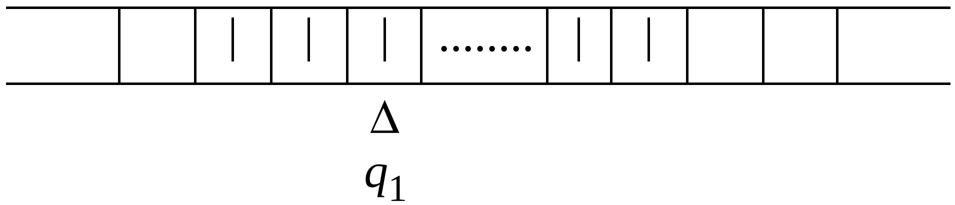
1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\vert$	C	q_0



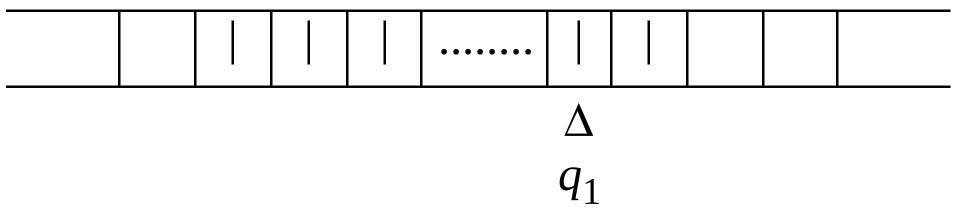
1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\vert$	C	q_0



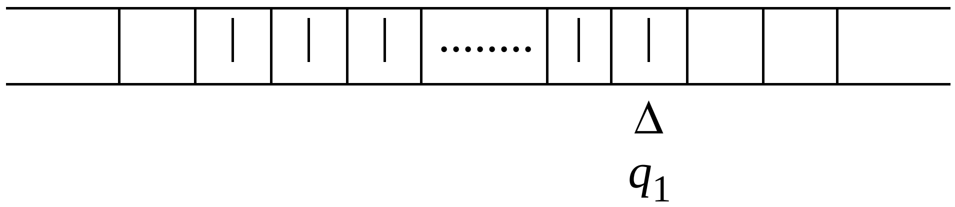
1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\vert$	C	q_0



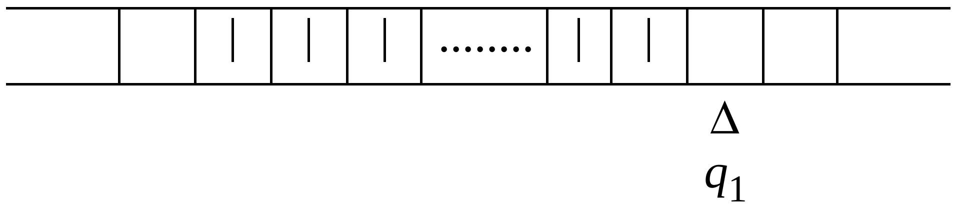
1)	q_1	$\mid$	$\mid$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\mid$	C	q_0



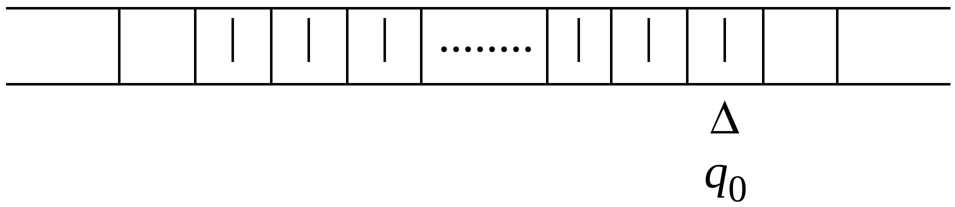
1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\vert$	C	q_0



1)	q_1	|	|	D	q_1
2)	q_1	s_0	|	C	q_0



1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2)	q_1	s_0	$\vert$	C	q_0



Esempio 2. MT *che non si arresta*.

1)	q_1	$\vert$	$\vert$	D	q_1
2')	q_1	s_0	$\vert$	C	q_1

***Esempio* 3**. MT *che raddoppia il numero di barre consecutive preso in input*

1)	q_1	$\vert$	s_0	D	q_2
2)	q_2	$\vert$	$\vert$	D	q_2
3)	q_2	s_0	s_0	D	q_3
4)	q_3	s_0	$\vert$	D	q_4
5)	q_4	s_0	$\vert$	S	q_5
6)	q_5	$\vert$	$\vert$	S	q_5
7)	q_5	s_0	s_0	S	q_6
8)	q_6	$\vert$	$\vert$	S	q_7
9)	q_7	$\vert$	$\vert$	S	q_7
10)	q_7	s_0	s_0	D	q_1
11)	q_3	$\vert$	$\vert$	D	q_3
12)	q_6	s_0	s_0	C	q_0

Macchine di Turing che calcolano funzioni aritmetiche

Codifica dei numeri naturali:

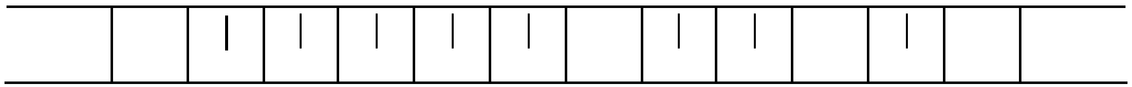
$n \Rightarrow n + 1$ barre.

n-pla $(k_1, k_2,..., k_n) \Rightarrow$ codifica di ogni k_n (con $1 \leq i \leq n$), separate da una cella vuota

Ad esempio:

(4, 1, 0)

ß



<u>Definizione:</u>

una macchina di Turing MT$_\varphi$ ***<u>computa</u> una funzione aritmetica*** φ: $\mathbf{N}^n \rightarrow \mathbf{N}$

se e solo

per ogni n-pla $(x_1, x_2,..., x_n)$ di numeri naturali:

se $\varphi(x_1, x_2,..., x_n) = y$, allora MT$_\varphi$, presa input la codifica $(x_1, x_2,..., x_n)$, produce in output la codifica di y, e viceversa

<u>Definizione</u>: Una funzione φ è ***T-computabile*** se e solo se esiste una macchina MT$_\varphi$ che la computa.

Esempio 1. MT *che computa la funzione* ***successore***

Esempio 2. MT *che computa la funzione* ***doppio*** ($\varphi(x) = 2x$)

$$
\begin{array}{lllll}
q_6 & s_0 & s_0 & D & q_8 \\
q_8 & s_0 & s_0 & D & q_8 \\
q_8 & | & s_0 & C & q_0
\end{array}
$$