

CAPITOLO TERZO - SILLOGISMI

Nei sillogismi si considerano proposizioni in ciascuna delle quali sono presenti due proprietà P e Q e che assumono soltanto una delle quattro forme seguenti:

- **Universale affermativa (A)** “Tutti i P sono Q” (“Ogni P è Q”)
- **Universale negativa (E)** “Tutti i P non sono Q” (“Nessun P è Q”)
- **Particolare affermativa (I)** “Qualche P è Q” (“Esiste un P che è Q”)
- **Particolare negativa (O)** “Qualche P non è Q” (“Esiste un P che non è Q”)

Esse si possono visualizzare mediante i cosiddetti diagrammi di Eulero-Venn nei quali si rappresentano gli insiemi degli oggetti che hanno le proprietà P e Q (figura 1)¹. “Tutti i P sono Q” equivale a “L’insieme dei P è contenuto nell’insieme dei Q”; “Tutti i P non sono Q” equivale a “L’insieme dei P è disgiunto dall’insieme dei Q”; “Qualche P è Q” equivale a “L’insieme dei P e l’insieme dei Q hanno qualche elemento in comune”; “Qualche P non è Q” equivale a “L’insieme dei P ha degli elementi che non appartengono all’insieme dei Q”.

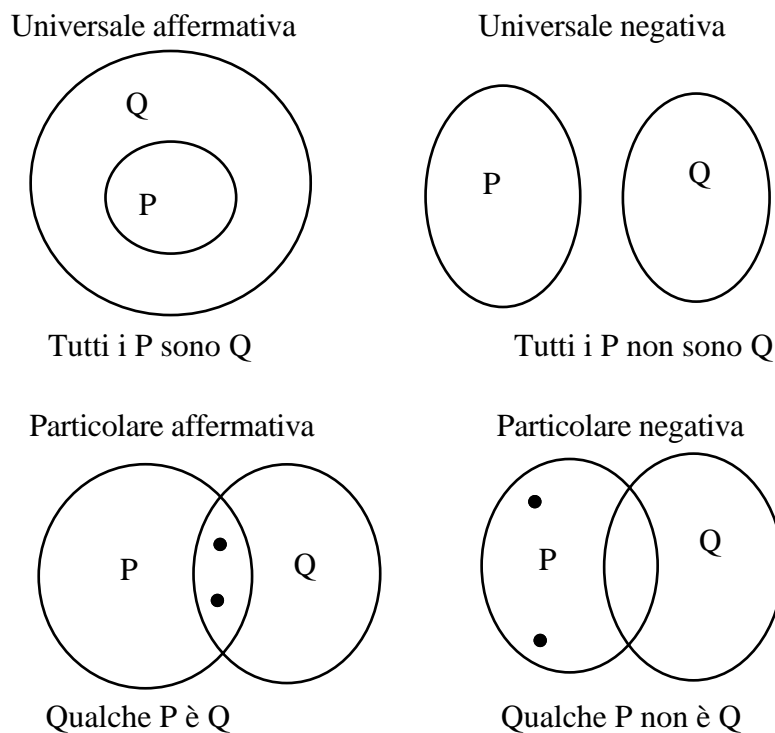


figura 1

Negli ultimi due casi nella figura si sono evidenziati con punti alcuni elementi che appartengono agli insiemi. Va infatti tenuto presente che, in generale, può anche verificarsi il caso in cui l’insieme dei P o l’insieme dei Q (o entrambi) sono vuoti (può non esserci alcun individuo che verifica la proprietà P o la proprietà Q).

Definizione 1. Un **sillogismo** è un’inferenza costituita da due **premesse** e una **conclusione** le quali sono tutte e tre proposizioni di uno dei quattro tipi evidenziati in precedenza. Le due premesse devono avere una proprietà in comune e nella conclusione figurano le altre due proprietà presenti nelle premesse.

Un esempio di sillogismo in cui le premesse e la conclusione sono tutte e tre universali affermativa è il seguente:

¹ Questi diagrammi sono stati impiegati nelle famose *Lettere a una principessa tedesca* dal matematico svizzero Leonhard Euler (1707-1783) (*Lettres à une Princesse d’Allemagne sur divers sujets de Physique et de Philosophie*, A. Mietau et Liepsig, 1770; trad. it., *Lettere a una principessa tedesca*, Boringhieri, Torino, 1958), e ripresi da John Venn (1834-1923). Noi ci serviremo dei diagrammi di Eulero anche se taluni preferiscono i diagrammi di Venn. Per l’impiego di questi ultimi si può consultare W. V. O. Quine, *Manuale di logica*, Feltrinelli, Milano, 1972, il quale, fra l’altro, costituisce ancora un buon testo introduttivo per la logica, particolarmente indicato per gli insegnanti di filosofia.

“Tutti i liguri sono italiani”
 “Tutti gli italiani sono europei”
 —————
 “Tutti i liguri sono europei”

In esso intervengono tre proprietà (“essere ligure”, “essere italiano”, “essere europeo”, che indichiamo con P, Q, R rispettivamente) di cui una (“essere italiano”), detta *termine medio*, è comune alla due premesse e le altre due intervengono ciascuna in una sola delle due premesse e nella conclusione (anche nel seguito indicheremo Q la proprietà comune alle due premesse e P e R le altre due, che figurano nella conclusione).

Definizione 2. Un sillogismo è **corretto** se e solo se la conclusione è conseguenza logica delle premesse, ossia se la verità delle premesse implica quella della conclusione (non può darsi il caso che le premesse siano vere e la conclusione falsa).

La correttezza del sillogismo può essere dimostrata utilizzando i diagrammi di Eulero-Venn. Rappresentiamo in uno stesso diagramma gli insiemi P, Q, R dei liguri, degli italiani e degli europei in modo che siano verificate le premesse (ossia con l’insieme P contenuto nell’insieme Q e l’insieme Q contenuto nell’insieme R) (figura 2):

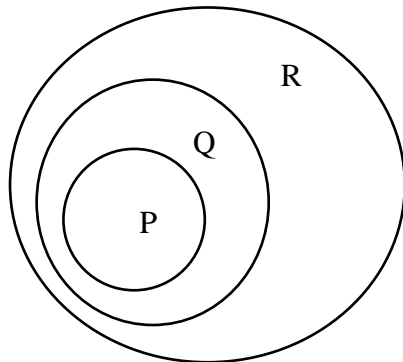


figura 2

Ne segue che l’insieme dei P è contenuto nell’insieme degli R. In altri termini, rappresentando le due premesse si ottiene una rappresentazione della conclusione. Quindi, dalla verità di “Tutti i P sono Q” e “Tutti i Q sono R” segue quella di “Tutti i P sono R”, e il sillogismo è corretto.

L’inferenza è corretta anche se non vi sono oggetti che soddisfano le proprietà P, Q, R. Ad esempio, l’inferenza: “Tutti gli stranieri presenti in questa stanza sono cinesi. Tutti i cinesi hanno gli occhi a mandorla. Quindi tutti gli stranieri presenti in questa stanza hanno gli occhi a mandorla” è corretta anche se nella stanza non vi sono stranieri.

VERIFICA DELLA CORRETTEZZA DEI SILLOGISMI

Il metodo dei diagrammi di Eulero-Venn è applicabile con generalità ai sillogismi.

Esempio 1. Consideriamo il seguente sillogismo:

“Nessun Q è P”
 “Tutti gli R sono Q”
 —————
 “Nessun R è Q”

La rappresentazione separata delle due premesse è (figura 3):

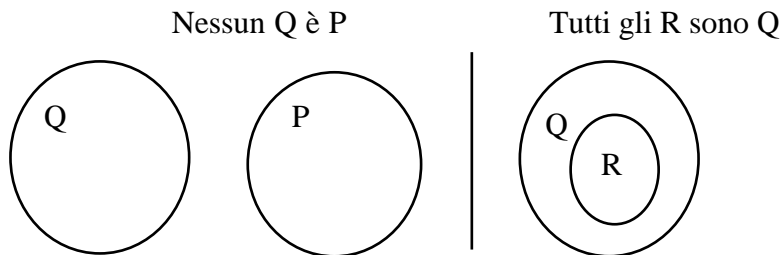


figura 3

Mettendole assieme si ha (figura 4):

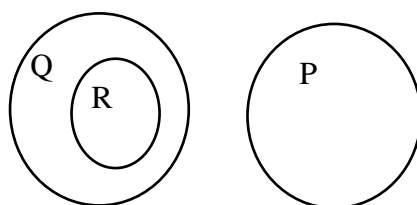


figura 4

e quindi “Nessun R è P”. In altri termini, se l’insieme Q è disgiunto da P e R è contenuto in Q, anche R è disgiunto da P.

Esempio 2. La correttezza dei due seguenti sillogismi:

- | | |
|---|---|
| (a) “Tutti i Q sono P”
“Qualche R è Q”
—————
“Qualche R è P” | (b) “Nessun Q è P”
“Qualche R è Q”
—————
“Qualche R non è P” |
|---|---|

si giustifica con le seguenti rappresentazioni (figura 5):

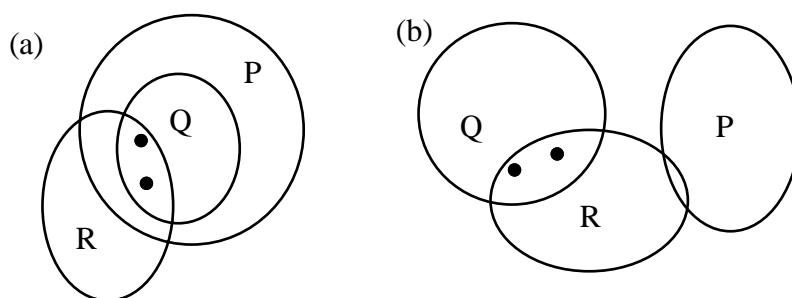


figura 5

- (a) Se l’insieme Q è contenuto in P (“Tutti i Q sono P”) e l’insieme R interseca Q (“Qualche R è Q”), allora R interseca P (“Qualche R è P”).
 (b) Se l’insieme Q è disgiunto da P (“Nessun Q è P”) e l’insieme R interseca Q (“Qualche R è Q”), allora in R vi sono degli elementi che non appartengono a P (“Qualche R non è P”).

Esempio 3. Il sillogismo:

- “Tutti i P sono Q”
 “Qualche R è Q”
 —————
 “Qualche R è P”

non è corretto. Infatti (figura 6):

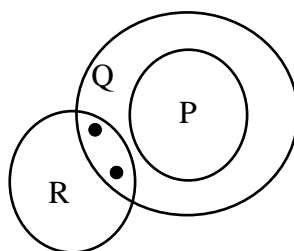


figura 6

dalle ipotesi che l’insieme P è contenuto in Q e che R interseca Q non segue che R interseca P. Da “Tutti gli uomini portano i pantaloni” e “Qualche donna porta i pantaloni” non segue “Qualche donna è uomo”.

- Esempio 4.** Consideriamo infine il sillogismo:
- | |
|--|
| “Tutti i Q sono P”
“Tutti i Q sono R”
—————
“Qualche R è P” |
|--|

La rappresentazione è la seguente (figura 7):

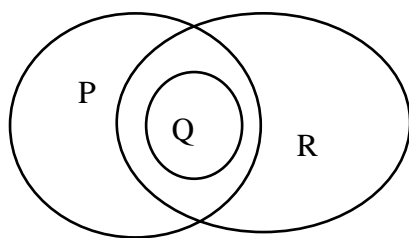


figura 7

Bisogna non lasciarsi trarre in inganno dalla figura: dal fatto che Q sia contenuto sia in P, sia in R non segue necessariamente che P e R si intersechino. Infatti Q può anche essere vuoto. Ad esempio, sono vere entrambe le proposizioni “Tutti i liguri nati a Torino sono alti” e “Tutti i liguri nati a Torino sono bassi” in quanto non esiste alcun ligure nato a Torino (si ricordi che un condizionale con antecedente falso è vero e quindi sono entrambe vere: “Per ogni x, se x è un ligure nato a Torino, allora x è alto” e “Per ogni x, se x è un ligure nato a Torino, allora x è basso”). Tuttavia da esse non si può dedurre “Vi è qualcuno che è alto e basso”, che è evidentemente falsa.

Il sillogismo diviene corretto se si assume l'ulteriore premessa “Esistono dei Q”:

“Tutti i Q sono P”
 “Tutti i Q sono R”
 “Esistono dei Q”
 —————
 “Qualche R è P”

La rappresentazione delle tre premesse diviene (figura 8):

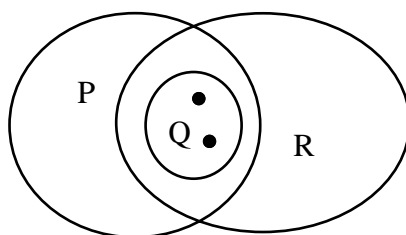


figura 8

e si può correttamente dedurre “Qualche R è P”.

TRATTAZIONE GENERALE DEI SILLOGISMI

I sillogismi si dividono in quattro *figure* a seconda della posizione del termine medio Q nelle due premesse:

I figura	II figura	III figura	IV figura
Q P	P Q	Q P	P Q
R Q	R Q	Q R	Q R
—————	—————	—————	—————
R P	R P	R P	R P

Le due premesse e la conclusione possono essere ciascuna di uno qualunque quattro tipi **A**, **E**, **I**, **O**: vi sono quindi 64 possibili sillogismi per ciascuna figura, quante sono le disposizioni con ripetizione di 4 oggetti a 3 a 3. In totale, quindi, i possibili sillogismi sono 256.

Ad esempio, scegliendo la disposizione **AIE**, si hanno:

I figura	II figura	III figura	IV figura
Ogni Q è P	Ogni P è Q	Ogni Q è P	Ogni P è Q
Qualche R è Q	Qualche R è Q	Qualche Q è R	Qualche Q è R
—————	—————	—————	—————
Nessun R è P	Nessun R è P	Nessun R è P	Nessun R è P

mentre, scegliendo la disposizione **IAI**, si hanno:

I figura	II figura	III figura	IV figura
Qualche Q è P Ogni R è Q	Qualche P è Q Ogni R è Q	Qualche Q è P Ogni Q è R	Qualche P è Q Ogni Q è R
-----	-----	-----	-----
Qualche R è P	Qualche R è P	Qualche R è P	Qualche R è P

Il problema è allora quello di individuare, fra i 256 possibili sillogismi, quelli *corretti*, ossia i sillogismi nei quali la conclusione è conseguenza logica delle premesse.

Ebbene, i sillogismi ritenuti corretti dalla tradizione sono 19, e ad essi è stato assegnato un nome latino le cui tre vocali danno la disposizione associata ad essi (e in cui anche alcune consonanti hanno un preciso ruolo che verrà chiarito fra breve).

I sillogismi corretti della prima figura (e ritenuti da Aristotele i sillogismi *perfetti*, che non richiedevano alcuna dimostrazione) sono:

<i>BARBARA</i>	<i>CELARENT</i>	<i>DARII</i>	<i>FERIO</i>
Ogni Q è P Ogni R è Q	Nessun Q è P Ogni R è Q	Ogni Q è P Qualche R è Q	Nessun Q è P Qualche R è Q
-----	-----	-----	-----
Ogni R è P	Nessun R è P	Qualche R è P	Qualche R non è P

Ci si può convincere della loro correttezza mediante i diagrammi di Eulero-Venn con i quali si può facilmente riconoscere che, rappresentando le due premesse nel modo precedentemente indicato, segue “necessariamente” la rappresentazione della conclusione (figura 9):

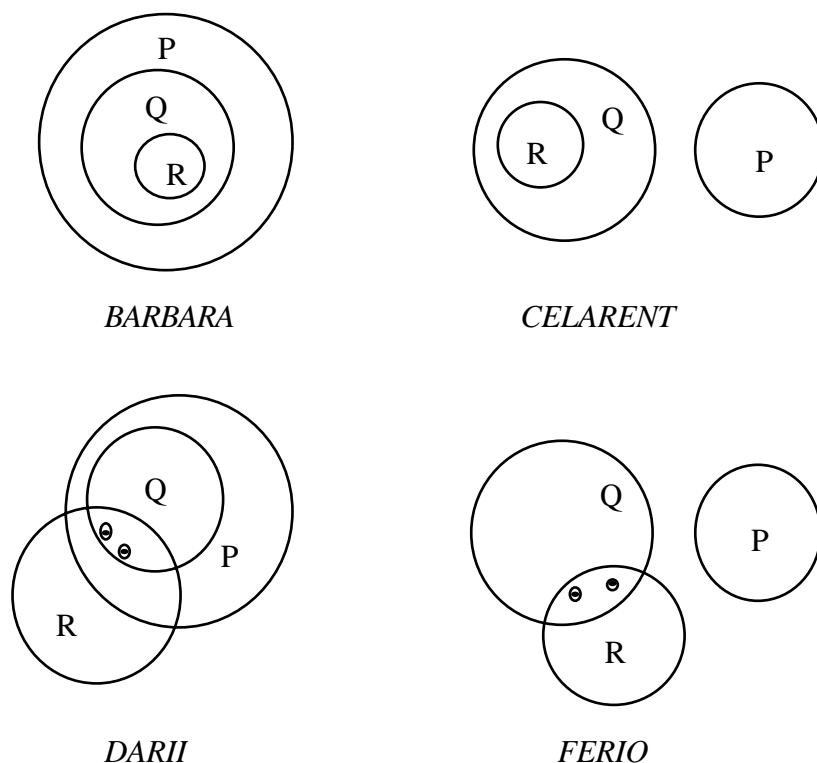


figura 9

Nel caso di *BARBARA*, se i Q sono entro i P e gli R sono tutti entro i Q, allora necessariamente gli R sono entro i P; nel caso di *CELARENT*, se i Q sono disgiunti dai P e gli R sono entro i Q, allora necessariamente gli R sono disgiunti dai P; nel caso di *DARII*, se i Q sono entro i P e gli R intersecano i Q, allora necessariamente gli R intersecano i P; infine, nel caso di *FERIO*, se i Q sono disgiunti dai P e gli R intersecano i Q, allora necessariamente vi sono degli R esterni ai P (almeno quelli entro Q).

I sillogismi ritenuti corretti dalla tradizione della seconda figura sono:

CESARE, CAMESTRES, FESTINO, BAROCO

quelli della terza figura sono:

DARPTI, FELAPTON, DISAMIS, DATISI, BOCARDO, FERISON

e quelli della quarta figura sono:

BRAMANTIP, CAMENES, DIMARIS, FESAPO, FRESISON

La correttezza di questi sillogismi può essere verificata con i diagrammi di Eulero-Venn come si è visto per quelli della prima figura². Si possono tuttavia assumere come corretti i sillogismi della prima figura e ricondurre ad essi quelli delle altre figure attraverso delle trasformazioni sintattiche (ed è per questo che ci troviamo già in Aristotele in presenza di un “calcolo” in cui gli assiomi sono i sillogismi corretti delle prima figura ai quali si riconducono, tramite alcune regole, quelli delle altre figure). L’iniziale del nome del sillogismo della seconda, terza e quarta figura indica a quale sillogismo della prima figura viene ricondotto: *CESARE, CAMESTRÈS* e *CAMENES* vengono ricondotti a *CELARENT*; *FESTINO, FELAPTON, FERISON, FESAPO* e *FRESISON* a *FERIO*; *DARPTI, DISAMIS, DATISI* e *DIMARIS* a *DARII*; *BAROCO, BOCARDO* e *BRAMANTIP* a *BARBARA*.

Le regole impiegate per trasformare le proposizioni sono le seguenti:

1) *Conversio simplex (S)*: consiste nello scambio dei due predicati; essa è corretta se viene applicata alle proposizioni del tipo **E** e **I**:

Nessun X è Y → Nessun Y è X
Qualche X è Y → Qualche Y è X

2) *Conversio per accidens (P)*: consiste nello scambio dei due predicati e nel mutamento di quantità; se si applica alle proposizioni di tipo **A** risulta:

Ogni X è Y → Qualche Y è X

Nelle proposizioni di tipo **I** si va in senso inverso.

(Questa regola non è corretta dal punto di vista della logica matematica moderna: essa vale solo se esistono degli X, ossia se X non è vuoto).

3) *Conversio per reductio ad impossibile (C)*: consiste nel negare la conclusione e ottenere la negazione di una premessa; in questo contesto viene applicata alle proposizioni di tipo **O** ottenendo la sua contraddittoria di tipo **A**:

Qualche X non è Y → Ogni X è Y

spostando il risultato da premessa a conclusione e viceversa.

4) *Traspositio (M)*: è lo scambio di ordine delle premesse.

Vediamo, mediante alcuni esempi, come si riconducono i sillogismi della seconda, terza e quarta figura a quelli della prima figura, tenendo conto delle consonanti (*S*, *P*, *C* e *M*) che figurano nel loro nome.

Esempio 1. *CESARE* → *CELARENT*.

La *S* dopo la *E* di *CESARE* indica che dobbiamo eseguire sulla *E* una *conversio simplex*. Infatti:

	<i>CESARE</i>		<i>CELARENT</i>
E	Nessun P è Q	(S)→	Nessun Q è P
A	Ogni R è Q		Ogni R è Q
<hr/>			
E	Nessun R è P		Nessun R è P

² Come vedremo tra breve, i sillogismi nel cui nome latino figura la consonante *P* non sono ritenuti corretti nella logica dei predicati attuale.

Esempio 2. *CAMESTRES* → *CELARENT*.

Le *S* dopo le *E* indicano che su di esse dobbiamo operare una *conversio simplex* e la *M* che occorre una *traspositio* delle premesse:

	<i>CAMESTRES</i>			<i>CELARENT</i>
A	Ogni P è Q		Ogni P è Q	(M)→ Nessun Q è R
E	Nessun R è Q	(S)→	Nessun Q è R	Ogni P è Q
E	Nessun R è P	(S)→	Nessun P è R	Nessun P è R

Esempio 3. *FESTINO* → *FERIO*.

La *S* indica che dobbiamo operare una *conversio simplex* sulla *E*:

	<i>FESTINO</i>		<i>FERIO</i>
E	Nessun P è Q	(S)→	Nessun Q è P
I	Qualche R è Q		Qualche R è Q
O	Qualche R non è P		Qualche R non è P

Esempio 4. *BAROCO* → *BARBARA*.

La *C* indica che dobbiamo operare una *conversio per reductio ad impossibile* sulle *O* trasportandole dalla premessa alla conclusione e viceversa:

	<i>BAROCO</i>		<i>BARBARA</i>
A	Ogni P è Q		Ogni P è Q
O	Qualche R non è Q	↗ ↘	Ogni R è P
O	Qualche R non è P		Ogni R è Q

Esempio 5. *FESAPO* → *FERIO*.

La *S* indica che dobbiamo operare sulla *E* una *conversio simplex* e la *P* che dobbiamo operare sulla *A* una *conversio per accidens*:

	<i>FESAPO</i>		<i>FERIO</i>
E	Nessun P è Q	(S)→	Nessun Q è P
A	Ogni Q è R	(P)→	Qualche R è Q
O	Qualche R non è P		Qualche R non è P

FESAPO, al pari dei sillogismi il cui nome contiene la lettera *P*, non è valido per la logica moderna. Lo diventa se si suppone che *Q* non sia vuoto (ossia che $\exists xQx$). Vediamo perché aiutandoci con un diagramma di Eulero-Venn (figura 10):

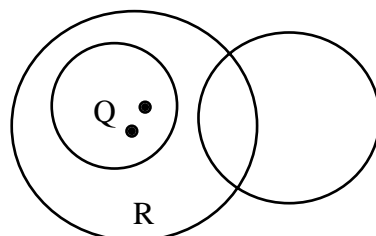


figura 10

Se i *P* sono disgiunti dai *Q* e i *Q* sono entro gli *R*, apparentemente vi sono degli *R* esterni ai *P* (almeno quelli in *Q*). Tuttavia, a differenza di quanto accade negli altri sillogismi (nel cui nome non compare la lettera *P*), è essenziale, perché la verità della conclusione segua da quella delle premesse, che vi siano effettivamente dei *Q*.

La *conversio per accidens* comporta che si accetti che da $\forall x(Xx \rightarrow Yx)$ (Ogni X è Y) segua logicamente $\exists x(Yx \wedge Xx)$ (Qualche Y è X). Perché ciò sia corretto dal punto di vista della logica moderna, bisogna assumere, come già precedentemente rilevato, l'ulteriore ipotesi $\exists xXx$, ossia che esistano degli X. Ciò si collega col fatto che il condizionale con antecedente falso è ritenuto vero. Quindi, ad esempio, è vero che "ogni numero diverso da se stesso è pari" (poiché non esistono numeri diversi da se stessi), ma da esso non segue "esiste un numero pari diverso da se stesso".

Lasciamo al lettore il compito di compiere altre riduzioni e di vedere come mai non sono ritenuti corretti gli altri sillogismi con la *P*, ossia *DARAPTI*, *FELAPTON*, *BRAMANTIP* (e di trovare l'ipotesi aggiuntiva che li rende corretti).

Quadrilatero Aristotelico delle proposizioni

Tutti i P sono Q	con	tra	rie	Nessun P è Q
su	con		rie	su
ba		trad	to	ba
lt			dit	lt
er		trad	to	er
na	con		rie	na
Qualche P è Q	sub	con	tra	rie
				Qualche P non è Q

I rapporti tra le proposizioni che intervengono nei sillogismi si rappresentano mediante il quadrilatero aristotelico. Le proposizioni *contraddittorie* sono tali che una è vera se e solo se l'altra è falsa (non possono essere né entrambe vere, né entrambe false): una equivale alla negazione dell'altra (vedi gli Esercizi 6.5 e 6.6). Le proposizioni *contrarie* non possono essere entrambe vere, ma possono essere entrambe false. Le proposizioni *subcontrarie* non possono essere entrambe false, ma possono essere entrambe vere.

Nella logica aristotelica si assumeva che una proposizione universale affermativa o negativa implicasse la sua *subalterna*. Ciò vale anche nella logica moderna sotto l'ulteriore ipotesi che esistano dei P.

ESERCIZI

1 Dimostrare mediante diagrammi di Eulero-Venn la correttezza dei seguenti sillogismi:

- | | | |
|---|---|---|
| (a) "Tutti i P sono Q"
"Qualche R non è Q"

"Qualche R non è P" | (b) "Nessun P è Q"
"Ogni R è Q"

"Nessun R è P" | (c) "Ogni P è Q"
"Nessun R è Q"

"Nessun R è P" |
| (d) "Qualche Q è P"
"Ogni Q è R"

"Qualche R è P" | (e) "Qualche Q non è P"
"Ogni Q è R"

"Qualche R non è P" | |

2 Verificare che i seguenti sillogismi non sono corretti:

- | | | |
|--|--|--|
| (a) "Ogni Q è P"
"Nessun R è Q"

"Nessun R è P" | (b) "Nessun P è Q"
"Nessun R è Q"

"Nessun R è P" | (c) "Ogni P è Q"
"Qualche Q è R"

"Nessun R è P" |
| (d) "Ogni Q è P"
"Nessun Q è R"

"Qualche R non è P" | (e) "Qualche P è Q"
"Qualche R non è Q"

"Qualche R non è P" | |

3 Verificare che il seguente sillogismo:

"Nessun Q è P"
"Tutti i Q sono R"

"Qualche R non è P"

non è corretto. Esso diviene corretto aggiungendo una premessa di tipo esistenziale. Quale?

4 Verificare che il seguente sillogismo:

“Ogni P è Q”

“Ogni Q è R”

“Qualche R è P”

non è corretto. Esso diviene corretto aggiungendo una premessa di tipo esistenziale. Quale?

Stabilire quali dei seguenti sillogismi sono corretti e quali scorretti

- 5 “Tutti i mammiferi allattano i piccoli. Nessun serpente allatta i piccoli. Quindi nessun serpente è un mammifero”.
- 6 “Tutti gli ubriacconi sono teste calde. Tutti i bergamaschi sono teste calde. Quindi tutti i bergamaschi sono ubriacconi”.
- 7 “Tutti gli elefanti sono mammiferi. Nessun cane è un elefante. Quindi nessun cane è un mammifero”.
- 8 “Tutti gli scienziati fanno ricerche. Nessuno che fa ricerca è una persona corruttibile. Quindi nessuna persona corruttibile è uno scienziato”.
- 9 “Alcuni matematici non sanno fare i conti. Alcuni commercianti non sanno fare i conti. Quindi alcuni commercianti non sono matematici”.
- 10 “Nessuna persona onesta è interessata alle bische. Alcuni politici sono onesti. Nessun politico è interessato alle bische”.
- 11 “Nessun pesce ha i polmoni. Tutti i pesci sono animali che vivono sott’acqua. Nessun animale che vive sott’acqua ha i polmoni”.
- 12 “Tutti i logici sono distratti. Alcuni logici sono persone interessanti. Quindi alcune persone interessanti sono distratte”.
- 13 “I professori sono inquisitori. Gli inquisitori davano la caccia alle streghe. Quindi i professori davano la caccia alle streghe”.
- 14 “Solo gli ingegneri sono persone affidabili. Qualche persona affidabile si occupa di politica. Quindi alcuni ingegneri si occupano di politica”.
- 15 “I ladri sono meschini. Gli ignoranti sono meschini. Quindi i ladri sono ignoranti”.
- 16 “Alcuni filosofi hanno la testa fra le nuvole. Alcune persone con la testa fra le nuvole sono geniali. Quindi alcuni filosofi sono geniali”.
- 17 “Tutti i pesci non hanno i polmoni. Qualche anfibio ha i polmoni. Quindi qualche anfibio non è un pesce”.
- 18 “Nessuno, tranne gli iscritti all’Università, può entrare in aula. Solo chi è studente è iscritto all’Università. Quindi solo chi è studente può entrare in aula”.
- 19 “Soltanto gli iscritti all’Università possono entrare in aula. Soltanto chi può entrare in aula è studente. Quindi gli iscritti all’Università sono studenti”.
- 20 “Tutti i filosofi hanno la testa fra le nuvole. Alcuni scienziati sono filosofi. Tutti gli scienziati sono persone geniali. Quindi alcune persone geniali hanno la testa fra le nuvole”.
- 21 “Solo i matematici sanno fare i calcoli. Qualche persona geniale sa fare i calcoli. Nessun matematico è una persona affidabile. Quindi qualche persona geniale non è affidabile”.
- 22 “I criceti sono roditori. I pesci non sono mammiferi. I roditori sono mammiferi. Quindi i criceti non sono pesci”.
- 23 “Tutte le persone razionali possono imparare la logica. Nessuna persona irrazionale può diventare un matematico. Nessuno che non si impegni può imparare la logica. Quindi nessuno che non si impegni può diventare un matematico”.

RISPOSTE

- | | | | | | | | |
|----|--|----|----------------|----|-----------|----|-----------|
| 3 | Esistono dei Q | 4 | Esistono dei P | 5 | Corretto | 6 | Scorretto |
| 7 | Scorretto | 8 | Corretto | 9 | Scorretto | 10 | Scorretto |
| 11 | Scorretto | 12 | Corretto | | | | |
| 13 | Scorretto. In realtà non è un sillogismo poiché nella prima premessa “inquisitore” è un attributo, e nella seconda ha ben altro significato (per cui non vi è il termine medio). | | | | | | |
| 14 | Corretto | 15 | Scorretto | 16 | Scorretto | 17 | Corretto |
| 18 | Corretto | 19 | Scorretto | | | | |
| 20 | Corretto. Dalle prime due premesse segue “Alcuni scienziati hanno la testa fra le nuvole” e da questa e dalla terza premessa segue la conclusione. | | | | | | |
| 21 | Corretto | 22 | Corretto | 23 | Corretto | | |